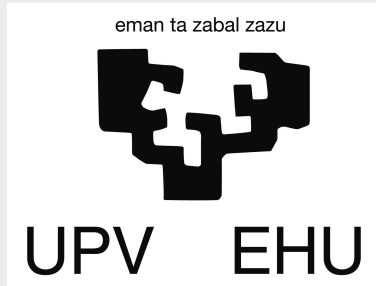




Fundamentos de Informática: Vectores y Matrices

Dept. Lenguajes y Sistemas Informáticos (LSI)
2018/2019

Rodrigo Agerri, Xabier Larrucea, Mari Carmen Otero, Juan Francisco Ramirez



Índice



1. Vectores
2. Matrices
3. Dimensiones
4. Operaciones aritméticas
5. Funciones con matrices y vectores

Comentarios adicionales 1.

- Evalúa expresiones de izquierda a derecha:
 - 1º potencias, 2º multiplicaciones y divisiones, y 3º sumas y restas.
- Nombres de variables o memorias:
 - Siempre debe comenzar con una letra, seguidas de letras o números si se lo desea.
 - Distingue mayúsculas y minúsculas
- ; al final de línea no imprime el resultado.
- A partir del símbolo % se considera comentario.

Comentarios adicionales 1.

- *ans* almacena el resultado por defecto
- Si una orden es demasiado larga, se escriben ... seguido de enter para continuar en la siguiente línea, no en todos los casos es posible usar este comando.
- Matlab se interrumpe con **ctrl-c**
- Matlab se cierra con el comando **quit**

Variables (recordatorio)

- Los nombres de variables deben seguir las siguientes convenciones:
 - Comenzar por una letra
 - No puede contener espacios
 - Nombres significativos (variable1, variable2 NO)
 - No se pueden usar palabras reservadas al lenguaje de programación (double, long)
- Si contienen más de un nombre, cada palabra comenzará en mayúscula, excepto la primera letra de la variable (fuerzaGravitacional)

Variables predefinidas

- **ans:** nombre de la variable por defecto usado en los resultados
- **eps:** el más pequeño de los números que al sumarle 1 da un número en coma flotante mayor que 1
- **inf:** infinito
- **NaN:** indefinido (not a number)
- **i,j:** número imaginario $i=j=\sqrt{-1}$
- **realmin:** número real positivo más pequeño que se puede usar $2.2251e-308$
- **realmax:** número real positivo más grande que se puede usar $1.7977e+308$

Vectores

- Vector fila:

$$a = [5 \ 8 \ -9 \ 78 \ 13]$$

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 8 | -9 | 78 | 13 |

- Vector columna:

$$b = [5; 8; -9; 78; 13]$$

| | |
|---|----|
| 1 | 5 |
| 2 | 8 |
| 3 | -9 |
| 4 | 78 |
| 5 | 13 |

Vector fila

- Vector fila: espacios o comas entre elementos

$a = [5\ 8\ -9\ 78\ 13]$

$a = [5, 8, -9, 78, 13]$

Vector fila regulares

- Para generar listas regulares se usa el operador ":"
- Dos formas:
 - start: end
 - start: step: end

Vector fila regulares: ejemplo

- $a = 1:9$

[1 2 3 4 5 6 7 8 9]

- $a = 1:2:9$

[1 3 5 7 9]

Vector fila regulares: linspace

- Genera un vector fila con N elementos espaciados linealmente entre la BASE y el LÍMITE
- `linspace(BASE, LIMIT)`: `a = linspace(1,8)`
- `linspace(BASE,LIMIT, N)`: `a = linspace(1,8,3)`

Acceder a un elemento

- Se usa el nombre (variable) del vector y el índice del elemento que queremos consultar entre paréntesis

`zenbZer(3)`



Acceder a múltiples elementos

- `zenbZer([1 3 4])`

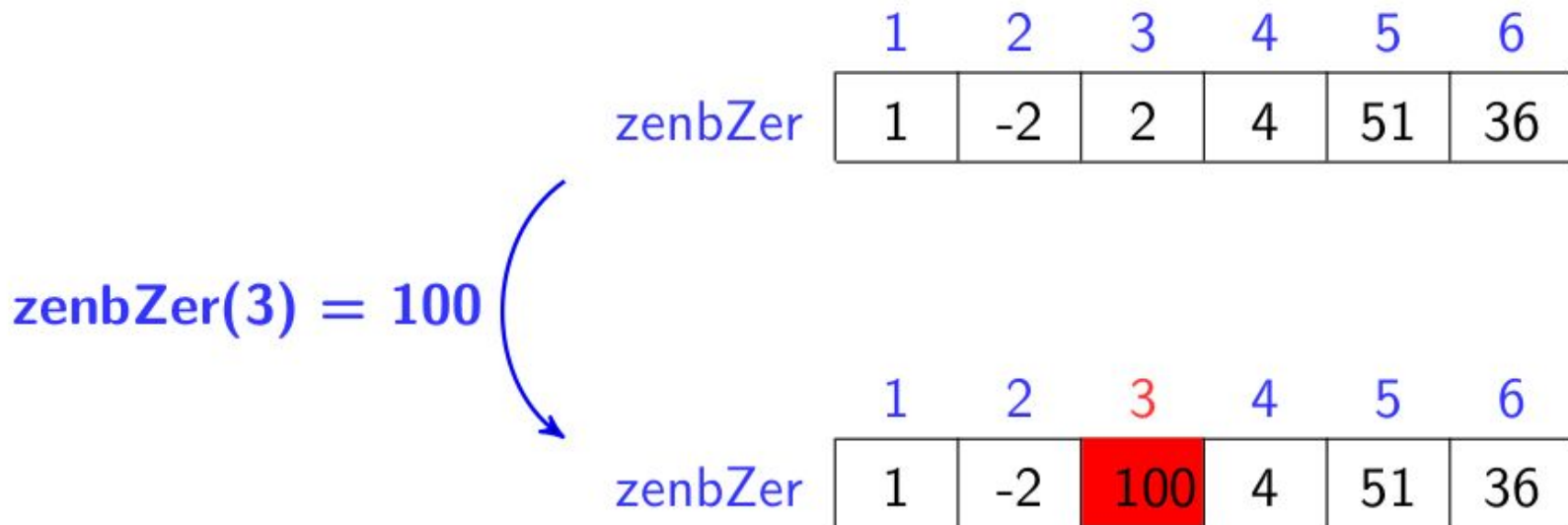
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------|---|----|---|---|----|----|
| zenbZer | 1 | -2 | 2 | 4 | 51 | 36 |

- `zenbZer(1:2:5)`

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------|---|----|---|---|----|----|
| zenbZer | 1 | -2 | 2 | 4 | 51 | 36 |

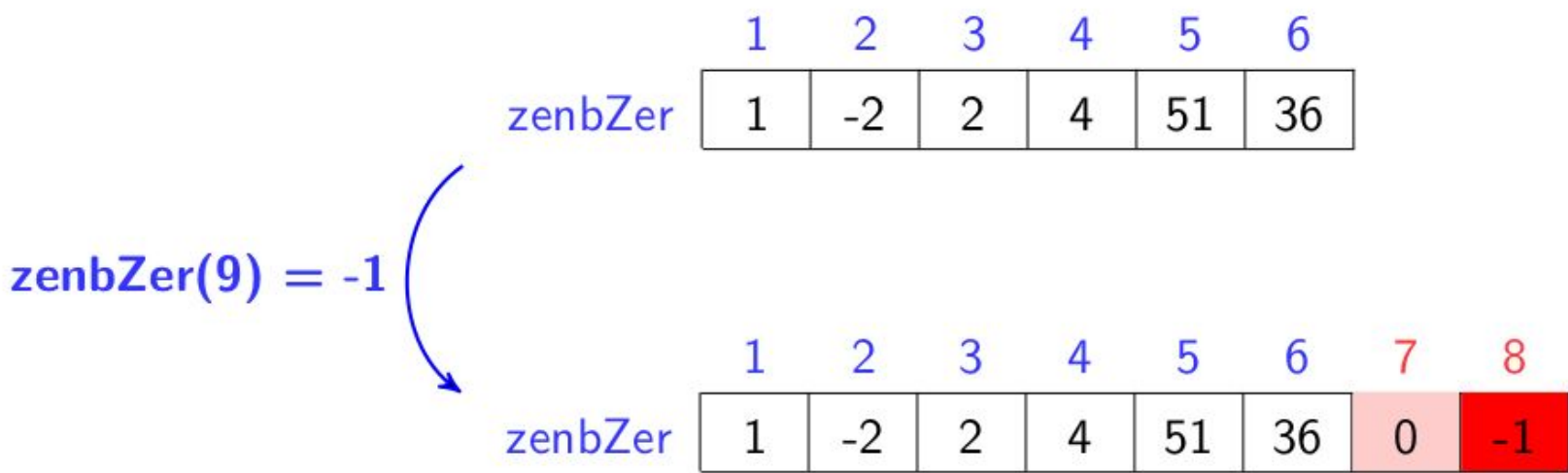
Modificar el valor de un elemento

- Se realiza mediante asignación:



Modificar el valor de un elemento

- Si no existe, se generará el valor asignado y los elementos intermedios



Vectores columna

- $a = [5; 8; -9; 78; 13]$
- $a = [5 \ 8 \ 9 \ 78 \ 13]'$
- Longitud de un vector:
`length(nombreVector)`

Matrices

- Vector fila: matriz de dimensiones $1 \times n$
- Vector columna: matriz de dimensiones $n \times 1$
- `size(zenbMat)`: 3×5
- Matriz de dimensiones 3×5 :

| <code>zenbMat</code> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------------|----|----|----|----|----|
| 1 | 5 | 8 | -9 | 78 | 13 |
| 2 | 13 | 18 | 9 | -8 | 33 |
| 3 | 55 | 0 | -9 | -8 | -1 |

Matrices: modificar elementos

Se realiza mediante asignación

Asignación de dimensiones equivalentes

$$\text{zenbMat}(1,2)=0$$

| zenbMat | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|----|----|----|----|----|
| 1 | 5 | 0 | -9 | 78 | 13 |
| 2 | 13 | 18 | 9 | -8 | 33 |
| 3 | 55 | 0 | -9 | -8 | -1 |

$$\text{zenbMat}([1\ 2],[2\ 3])=[1\ 2; 3\ 4]$$

| zenbMat | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|----|---|----|----|----|
| 1 | 5 | 1 | 2 | 78 | 13 |
| 2 | 13 | 3 | 4 | -8 | 33 |
| 3 | 55 | 0 | -9 | -8 | -1 |

Suma y resta de matrices

- Dadas dos matrices de la misma dimensión, $A=(a_{ij})$ y $B=(b_{ij})$, se define la matriz suma como: $A+B=(a_{ij}+b_{ij})$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 2+1 & 0+0 & 1+1 \\ 3+1 & 0+2 & 0+1 \\ 5+1 & 1+1 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 2-1 & 0-0 & 1-1 \\ 3-1 & 0-2 & 0-1 \\ 5-1 & 1-1 & 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre escalares y matrices

- La suma, resta, multiplicación y división por un escalar simplemente aplica la operación a todos los elementos de la matriz

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 2 & 2 \times 0 & 2 \times 1 \\ 2 \times 3 & 2 \times 0 & 2 \times 0 \\ 2 \times 5 & 2 \times 1 & 2 \times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 0 \\ 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Operaciones entre vectores y matrices

- Matriz de $m \times n$ dimensiones se multiplica por un vector de $n \times 1$ dimensiones y se obtiene un vector $m \times 1$. Para ello hay que multiplicar cada elemento de la fila de la matriz por los elementos del vector.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2 * 4) + (3 * 7) \\ (4 * 4) + (5 * 7) \\ (-1 * 4) + (6 * 7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 \\ 51 \\ 38 \end{pmatrix}$$

Multiplicación de matrices

- Matriz A de $m \times n$ dimensiones se multiplica por una matriz B de $n \times o$ dimensiones y se obtiene una matriz C ($m \times o$).

$$A_{3 \times 3} \cdot B_{3 \times 2} = C_{3 \times 2}$$
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 5 \\ 12 & 7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{aligned} c_{11} &= 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 11 \\ c_{21} &= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 12 \\ c_{31} &= 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 5 \\ c_{12} &= 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2 = 5 \\ c_{22} &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 2 = 7 \\ c_{32} &= 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2 = 2 \end{aligned}$$

Inversa de una matriz

Dada una matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,3 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Quiero calcular la inversa de dicha matriz:

$$\text{inv}(A) = A^{-1}$$

Matriz transpuesta

Matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$



Transpose of matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$



Transpose of matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Operaciones funciones y matrices

Las funciones se aplican a los elementos individuales de las matrices:

$x = [0 \text{ pi}/4 \text{ pi}/2 3*\text{pi}/4 \text{ pi}]$

- $\sin(x)$

ans =

0 0.7071 1.0000 0.7071 0.0000

- $\cos(x)$

ans =

1.0000 0.7071 0.0000 -0.7071 -1.0000

Resumen de operaciones

- $A + B$: suma de dos matrices
- $A - B$: resta de dos matrices
- $A * B$: multiplicación
- $A . * B$: multiplicación elemento a elemento (A y B tienen las mismas dimensiones)
- A / B : división por la derecha
- $A \setminus B$: división por la izquierda
- $A ./ B$: división elemento a elemento (A y B mismas dimensiones)
- A' : transpuesta
- $A.^$: potencia elemento a elemento
- $A^$: potencia

Matrices especiales

- Matriz de ceros: `zeros(n,m)`
- Matriz de unos: `ones(n,m)`
- Matriz aleatoria con distribución uniforme (entre 0 y 1): `rand(n,m)`
- Matriz aleatoria con distribución normal (media 0 y varianza 1): `randn(n,m)`
- Matriz identidad: `eye(n)`

Matrices: funciones comunes



- **min:** calcula el elemento más pequeño
- **max:** calcula el elemento mayor
- **sum:** sumatorio
- **cumsum:** sumatorio acumulativo
- **prod:** multiplicación de los elementos
- **cumprod:** multiplicación cumulativa de los elementos
- **diff:** para cada uno de los elementos, excepto el primero, muestra la diferencia con su anterior